Übungsblatt 8

Abgabe am Freitag, 16.06.2017 bis 16 Uhr

Aufgabe 8.1 (2+2+2+2+2+2 Punkte)**.** Es sie k ein algebraisch abgeschlossener Körper. Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Ist X eine irreduzible projektive Varietät birational zu $\mathbb{P}^2_k$, so ist jeder Morphismus $X \to \mathbb{P}^1_k$ konstant. (Zwei irreduzible projektive Varietäten X, Y heißen birational, wenn es nicht-leere offene Teilmengen $U \subseteq X$ und $V \subseteq Y$ mit $U \cong V$ gibt.)

(b) Jeder Morphismus $f\colon X \to Y$ von einer irreduziblen projektiven Varietät X in eine irreduzible affine Varietät Y ist konstant.

(c) Der Schnitt $X \cap Y$ zweier irreduzibler Untervarietäten $X, Y \subseteq \mathbb{A}^2_k$ ist wiederum irreduzibel.

(d) Es seien $X, Y \subseteq \mathbb{A}^2_k$ irreduzible Untervarietäten und wir nehmen an, dass auch $X \cap Y$ irreduzibel ist. Dann gilt $I(X) + I(Y) = I(X \cap Y)$.

(e) Ist $X \subseteq \mathbb{P}^n_k$ eine irreduzible projektive Untervarietät von Dimension $n-1$, so ist X eine Hyperfläche, das heißt X ist durch die Nullstellenmenge eines einzelnen homogenen Polynoms gegeben.

(f) Es seien $f\colon \mathbb{P}^2_k \to \mathbb{P}^1_k$ ein Morphismus und $a, b \in \mathbb{P}^1_k$ Punkte, so dass sowohl $f^{-1}(a)$ als auch $f^{-1}(b)$ eine irreduzible ein-dimensionale Untervarietät enthalte. Dann gilt $a = b$.