Übungsblatt 10

Abgabe am Freitag, 30.06.2017 bis 16 Uhr

Aufgabe 10.1 (2+2 Punkte). Es sei k ein algebraisch abgeschlossener Körper und $f\colon X \to Y$ ein Morphismus irreduzibler quasi-projektiver Varietäten über k. Weiter sei $U \subseteq Y$ eine nicht-leere offene Teilmenge, so dass für alle $P \in U$ das Urbild $f^{-1}(P)$ nicht-leer ist und $d = \dim f^{-1}(P)$ unabhängig von P ist.

(a) Zeigen Sie, dass $d = \dim X - \dim Y$ gilt.

(b) Folgern Sie, dass jeder Morphismus $\mathbb{P}^2_k \to \mathbb{P}^1_k$ konstant ist.

Aufgabe 10.2 (2+2 Punkte). Es sei k ein algebraisch abgeschlossener Körper und $f\colon X \to Y$ ein Morphismus irreduzibler quasi-projektiver Varietäten über k. Weiter sei $Z \subseteq X$ abgeschlossen und $f^{-1}(P) \cap Z$ für alle $P \in Y$ irreduzibel. Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Es gilt stets, dass auch Z irreduzibel ist.

(b) Ist ferner für jede irreduzible Komponente $Z' \subseteq Z$ die Dimension $\dim f^{-1}(P) \cap Z'$ unabhängig von P für alle $P \in Y$, so ist Z bereits irreduzibel.

Aufgabe 10.3 (2+2 Punkte). Es sei k ein algebraisch abgeschlossener Körper und $f \in k[X_1, \ldots, X_n]$ ein nicht-konstantes Polynom.

(a) Zeigen Sie zunächst, dass $\dim Z(f) = n - 1$ gilt.

(b) Zeigen Sie nun, dass für jede irreduzible Komponente $Z' \subseteq Z(f)$ ebenso $\dim Z' = n - 1$ gilt.

Die Online-Platform für Ihre HiWi-Bewerbung zum WS 17/18 ist ab sofort geöffnet. Alle qualifizierten InteressentInnen werden um ihre Bewerbung gebeten.