

Kurztest 4

Name _____

Unterschrift _____

Aufgabe 1. Kreuzen Sie an, wobei es sich im Folgenden stets um Komplexe und wobei stets um exakte Sequenzen handelt. Dabei sei $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ stets ein beliebiger Homomorphismus.

	Komplex	Exakte Sequenz
$0 \rightarrow \mathbb{R} \xrightarrow{x_1 \mapsto (x_1, 0)} \mathbb{R}^2 \xrightarrow{(x_1, x_2) \mapsto (x_1, x_2, 0)} \mathbb{R}^3 \xrightarrow{(x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1, x_2, x_3, 0)} \dots$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$0 \rightarrow \mathbb{R} \xrightarrow{x \mapsto (x, x)} \mathbb{R}^2 \xrightarrow{(x_1, x_2) \mapsto (x_1 - x_2)} \mathbb{R} \rightarrow 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$0 \rightarrow \mathbb{R}^n \xrightarrow{\varphi} \mathbb{R}^m \xrightarrow{x \mapsto x + \text{Bild}(\varphi)} \mathbb{R}^m / \text{Bild}(\varphi) \rightarrow 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$0 \rightarrow \ker \varphi \xrightarrow{\subseteq} \mathbb{R}^n \xrightarrow{\varphi} \mathbb{R}^m \rightarrow 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 2. Es sei G eine Gruppe. Welche der folgenden Aussagen sind stets wahr?

- Ist $\#G \leq 5$, so ist G abelsch.
- Ist $\#G = 6$, so ist G abelsch.
- Die Abbildung $\varphi: G \rightarrow G: g \rightarrow g^{-1}$ ist genau dann ein Gruppenhomomorphismus, wenn G abelsch ist.

Aufgabe 3. Es sei $S_3 = \{\text{id}, (12), (23), (13), (123), (132)\}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- S_3 ist abelsch.
- S_3 besitzt einen nicht trivialen Normalteiler.
- Es gibt eine exakte Sequenz von Gruppen $0 \rightarrow G \rightarrow S_3 \rightarrow H \rightarrow 0$, wobei G und H abelsch sind.

Aufgabe 4. Listen Sie alle abelschen Gruppen der Ordnung 36 bis auf Isomorphie auf. Achten Sie besonders darauf, keine zwei Gruppen aufzulisten, die zueinander isomorph sind. Wie viele solche Gruppen gibt es?

Antwort: _____ Anzahl: _____

Aufgabe 5. Welche der folgenden Untergruppen der symmetrischen Gruppe S_5 von Grad 5 sind abelsch und welche zyklisch?

	abelsch	zyklisch
$\{\text{id}, (15), (234), (243), (234)(15), (243)(15)\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{\text{id}, (12), (34), (12)(34)\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{\text{id}, (13)(45), (14)(35), (15)(34), (134), (143), (135), (153), (145), (154), (345), (354)\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{\text{id}, (1234), (13)(24), (1432)\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Bitte umblättern ...

Aufgabe 6. Bei welchen der folgenden Objekten handelt es sich um Gruppen?

- $(\text{Mat}(\mathbb{R}, 2 \times 2), \cdot)$ mit $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ als neutralem Element.
- $(\text{Mat}(\mathbb{R}, 2 \times 2), +)$ mit $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ als neutralem Element.
- $(\{A \in \text{Mat}(\mathbb{R}, 2 \times 2) \mid \det(A) > 0\}, \cdot)$ mit $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ als neutralem Element.
- $(\{A \in \text{Mat}(\mathbb{R}, 2 \times 2) \mid \det(A) > 0\}, +)$ mit $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ als neutralem Element.