Kurztest 3

Name ______________________ Unterschrift ______________________

Aufgabe 1. Es sei V ein endlich-dimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum und $\varphi\colon V \to V$ ein orthogonaler Endomorphismus. Welche der folgenden Aussagen sind stets wahr?

☐ φ ist diagonalisierbar.

☐ $\det \varphi = 1$.

☐ Ist λ Eigenwert von φ, so gilt $|\lambda| = 1$.

Aufgabe 2. Bei der Quadrik $3x_1^2 + 4x_1x_2 = 1$ handelt es sich um...

☐ ... eine Hyperbel.

☐ ... eine Parabel.

☐ ... eine Ellipse.

☐ Nichts von dem trifft zu.

Aufgabe 3. Kreuzen Sie an, bei welchen Matrizen es sich um hermitesche oder unitäre Matrizen handelt:

Matrix	Hermitesch?	Unitär?
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$		
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}$		
$\begin{pmatrix} i+1 & -1 \\ 1 & i-1 \end{pmatrix}$		
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$		

Aufgabe 4. Für welche der folgenden Matrizen definiert $\langle v, w\rangle = v^T A w$ ein Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^2$?

☐ $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ☐ $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ☐ $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ☐ $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5. Geben Sie eine Orthonormalbasis für den Untervektorraum $\operatorname{span}\left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle \subseteq \mathbb{R}^3$ bezüglich des Standardskalarprodukts an.

Antwort: ____

Bitte umblättern ...

Aufgabe 6. Welche der folgenden Aussagen sind stets wahr?

☐ In einer nicht abzählbaren Menge ist das Komplement einer abzählbaren Menge stets nicht abzählbar.

☐ In einer nicht abzählbaren Menge ist das Komplement einer nicht abzählbaren Menge stets abzählbar.

☐ Für jedes $n \in \mathbb{Z}$ sei V_n ein $\mathbb{R}$-Vektorraum mit $\dim V_n = |n|$. Dann gibt es einen Isomorphismus von Vektorräumen $\oplus_{n\in\mathbb{Z}_{\geq 0}} V_n \xrightarrow{\sim} \oplus_{n\in\mathbb{Z}} V_n$.