Kurztest 1

Name

Unterschrift

Aufgabe 1. Für alle $\alpha \in K$ ist die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & \alpha \\ 0 & \alpha & 0 \\ \alpha & 0 & \alpha \end{pmatrix}$:

☐ $\det A = 0$. ☐ $\det A = \alpha$. ☐ $\det A = \alpha^2$. ☐ $\det A = \alpha^3$.

Aufgabe 2. Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume von $\mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$, wobei $n \geq 2$ gelte?

☐ $\{(a_{ij}) \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R}) \mid a_{11} = 0\}$

☐ $\{(a_{ij}) \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R}) \mid a_{11} \cdot a_{12} = 0\}$.

☐ $\{(a_{ij}) \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R}) \mid a_{11} < 87\}$

☐ $\{(a_{ij}) \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R}) \mid a_{11}^2 + a_{12}^2 = 0\}$.

Aufgabe 3. Berechnen Sie die Determinante von $\begin{pmatrix} 1-t & 2 & 3 \\ 2 & 3-t & 1 \\ 3 & 1 & 2-t \end{pmatrix}$.

Antwort: ______________________________

Aufgabe 4. Wie viele verschiedene Eigenwerte hat die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ im Körper K?

☐ Keinen.

☐ Keinen oder einen, das hängt von K ab.

☐ Einen.

☐ Einen oder zwei, das hängt von K ab.

☐ Zwei.

☐ Nichts von all dem ist im Allgemeinen wahr.

Aufgabe 5. Es sei A eine $n \times n$ Matrix über dem Körper K und λ ein Eigenwert von A. Welche der folgenden Aussagen sind stets wahr?

☐ λ ist Eigenwert von A^t, der transponierten Matrix zu A.

☐ $-\lambda$ ist Eigenwert von A.

☐ Ist v ein Eigenvektor zum Eigenwert λ, so ist auch $-v$ Eigenvektor zum Eigenwert λ.

☐ Sind u, v Eigenvektoren zum Eigenwert λ, so ist auch $u + v$ Eigenvektor zum Eigenwert λ.

Aufgabe 6. Es sei V ein K-Vektorraum und $f, g \colon V \to V$ Endomorphismen von V. Welche der folgenden Aussagen sind stets wahr?

☐ Ist v ein Eigenvektor sowohl von f als auch von g, so ist v auch ein Eigenvektor von $f \circ g$.

☐ Ist λ ein Eigenwert sowohl von f als auch von g, so ist λ auch ein Eigenwert von $f \circ g$.

☐ Ist λ ein Eigenwert von f und μ ein Eigenwert von g, so ist $\lambda + \mu$ ein Eigenwert von $f + g$.