

Teilbarkeit im Pascalschen Dreieck

Das Pascalsche Dreieck entsteht, indem man entlang der Ränder eines Dreiecks die 1 schreibt und dann das Dreieck so auffüllt, dass jeder Eintrag gerade die Summe der direkt darüber stehenden Einträge ist. Das Pascalsche Dreieck spielt in vielen Bereichen der Mathematik eine Rolle und es versteckt sich viel Interessantes darin (einfach mal die Zeilen summieren und schauen, was rauskommt).

				1																		
				1		1																
				1		2		1														
				1		3		3		1												
				1		4		6		4		1										
				1		5		10		10		5		1								
				1		6		15		20		15		6		1						
				1		7		21		35		35		21		7		1				
				1		8		28		56		70		56		28		8		1		
				1		9		36		84		126		126		84		36		9		1

In der obenstehenden Grafik ist das Pascalsche Dreieck von der 0-ten bis zur 10-ten Zeile dargestellt. Dabei wurden alle ungeraden Einträge grau und alle geraden Einträge weiß hinterlegt. Das entstehende Muster erinnert an das sogenannte Sierpiński-Dreieck.

Der Entstehungsprozess des Sierpiński-Dreiecks ist auf der linken Hälfte des Posters zu sehen. Die blauen Bereiche entsprechen dann wie oben angedeutet genau den ungeraden Zahlen. Die Figur auf der rechten Hälfte des Posters entsteht auf ähnliche Art und Weise, indem die nicht durch 3 teilbaren Zahlen des Pascalschen Dreiecks grün gekennzeichnet werden.

Beim Überschneiden der beiden Figuren entsteht ein neues Muster, das man als diejenigen Einträge des Pascalschen Dreiecks deutet, die nicht durch 3 oder nicht durch 2 teilbar sind. Die freigelassenen Bereiche entsprechen folglich denjenigen Zahlen, die durch 6 teilbar sind. Es erscheint also eine bildliche Darstellung des sogenannten Chinesischen Restsatzes, der besagt: Sind a und b zwei Zahlen, die keinen gemeinsamen Teiler haben, so wird eine Zahl genau dann vom Produkt ab geteilt, wenn sowohl a als auch b diese Zahl teilen.

⁰ Konzeption und Gestaltung von Irina Alberg und Laura Herbst.
Entstanden im Rahmen des Seminars **Zahl & Bild** von Prof. Dr. Manuel Blickle im Wintersemester 2015/16 an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz.